SERENISSIMO AC POTENTISSIMO

PRINCIPI

STANISLAO AUGUSTO

REGI POLONIÆ,

MAGNO DUCI LITHVANIÆ,

RUSSIÆ, PRUSSIÆ, MAZOVIÆ, SAMOGITIÆ, KIOVIÆ, VOLHYNIÆ, PODOLIÆ, PODLACHIÆ, LIVONIÆ, SMOLENSCIÆ, SEVERIÆ & CZERNIECHOVIÆ, &c. &c.

PRINCIPI

AC

DOMINO CLEMENTISSIMO

HÆC QUADRATURA CIRCULI

A

MATHEMATICIS JAM APPROBATA

SUBMISSISSIME DEDICATUR.

SERENISSIME AC POTENTISSIME

REX,

DOMINE CLEMENTISSIME.

Quadratura Circuli bis mille annis extitit nodus, in quo solvendo Mathematici celeberrimi omnis Ævi semper incassum laborârunt: tot Exempla operæ perditæ me tamen ab eodem objecto investigando nequaquam absterruerunt. Post tot exantlatos *Herculeos*, ut ita dicam, labores, post innumera scripta per decem annorum intercapedinem edita tandem mihi, agenti jam septuagesimum primum annum, ex animi sententia successit, problema tanti momenti solidè solvere, & invictè demonstrare. Totidem asserti mei habeo testes, quot libelli hujus extant Lectores, qui omnes & singuli fateri tenentur me veritatem felicissimè esse assecutum. Animatus itaque Clementia verè Regia, qua Te SERENISSIME AC POTENTISSIME REX omnibus etiam infimi subsellii hominibus accessibilem exhibere consuevisti, non dubitavi hocce Opusculum in observantiæ debitæ documentum & in summæ reve-

reverentiæ meæ testimonium ad pedes Tuos deponere, spe fretus haud dubia, Tibi illud non iri improbatum. Spondet id mihi tam innatus Tibi literarum amor, quàm Comitas ineffabilis, quæ adjuncta est rarissimis animi dotibus omnes in admirationem Tui rapientibus. Ecquis enim Principum vel sapientia illustrior; vel Clementia clarior; vel judicio æquior; vel celsitate animi nullis unquam fortunæ casibus labefactata celebrior; vel tandem ob solertiam, prudentiam, & constantiam in tot laboribus pro salute Publica susceptis admiratione dignior, quàm Tu - SERENISSIME AC POTENTISSIME REX, Musarum Ornamentum, Literarum Promotor, & literatorum Protector? Qui recte factorum præmium in una bene de humano genere merendi voluptate positum Tibi esse statuisti, ut ideo in hoc Regium à Supremo Numine videaris esse evectus Solium, ut tanquam ex specula prospicias, quì quàm plurimis prosis. Quantum præterea Tibi SERENISSIME AC POTENTISSIME REX curæ cordique sit, ut artes liberales & scientiæ, quibus salus mortalium continetur, hac in Republica floreant, id inde colligi potest, quòd nunquam acriori contentione fuerunt excultæ, quàm iis id evenire sub Sapientissimo Regimine Tuo intuemur; neque ambigere licet, quin ad summum perfectionis gradum successu temporis adducantur: nam ut juventus scholastica ad studia seriò tractanda magis magisque incendatur, & idonea evadat ad Munia cùm Ecclesiastica, tum secularia ritè obeunda; Tu REX BENIGNISSIME cudenda curas numismata partim aurea, partim argentea, quæ tanquam præmia diligentiæ probatæ jussu Tuo in Scholis Publicis totius Regni singulis annis distribuuntur: quam ob Munificentiam & Solicitudinem Paternam Tibi jam unanimi voce Titulus gloriosissimus PATRIS PATRIÆ defertur, Nomenque Tuum Augustissimum immortalitati consecratur. Te igitur SERENISSIME AC POTENTISSIME REX non mea verba indiserta atque jejuna; sed immortalia Tua in rem tam publicam, quàm literariam merita per Universum terrarum Orbem prædicant, efferunt, atque decantant. Te.... Sed jam nimius sum, & Tua

 tem-

tempora justò diutius moratus in Bonum publicum pecco, cui Te Totum devovisti. Deus Te servet Regum Poloniæ DECUS per longissimam annorum seriem Patriæ, Orbi, ac Scientiis superstitem & incolumem! Ita vovet atque demississimè precatur.

SERENISSIME AC POTENTISSIME REX
DOMINE CLEMENTISSIME
SACRÆ REGIÆ MAJESTATIS TUÆ

Varsaviæ d. 16. Augusti 1786.

Humillimus & infimus servus
ac Subditus
Eugenius Corsonichius.

Vice-Colonelli CORSONICHII scripta brevissima rationem veram diametri ad peripheriam, consequenter & perfectam Quadraturam Circuli demonstrantia. Varsaviæ 1786.

BENEVOLE LECTOR.

Semper miratus sum, quod Clarissimi Geometræ seriem Ludolphinam *tanti faciant, ut ea lapidis lydii instar utantur, ad examinandas alias ejusmodi rationes, etsi ea sistat solum peripheriam adulterinam, quæ, ut mox patebit, veram enormiter excedit: nam ut per continuam bisectionem ab hexagono, cujus latus est* 10000000. *partium, deveniatur in cognitionem lateris polygoni* 5*ti circulo inscripti* 192 *laterum, ducendæ sunt* 5. *hypothenusæ & faciendæ* 10. *extractiones radicum. Radices per extractionem* 2*dam*, 4*tam*, 6*tam*, 8*vam*, & 10*mam inventæ sistunt hypothenusas, seu latera polygonorum Circulo inscriptorum; jam vero radices extractionis* 1*mæ*, 3*tiæ*, 5*tæ*, 7*mæ*, & 9*næ subductæ ex radiis, manifestant cathetos. Jam cum ob irrationalitatem quadratorum in quavis extractione remaneant numeri, qui subtrahi nequeunt, & ideo à radiis minus subtrahatur, ac subtrahi deberet; sequitur inde, radiorum residua, seu Cathetos, consequenter & hypothenusas, seu latera polygonorum evadere justò majora. Verum quidem est, quod in* 1*ma extractione remaneant* 655484, *& in* 2*da* 9440116. *particulæ, ex quo apparet, hypothenusam* 1*mam (latus dodecagoni) magis imminui, ac ob cathetum excessivum augetur: nihilominus tamen colligendo particulas remanentes ex* 1*ma*, 3*tia*, 5*ta*, 7*ma*, & 9*na extractione in unam summam, & particulas residuas extractionis* 2*dæ*, 4*tæ*, 6*tæ*, 8*væ* & 10*mæ in alteram, patebit summam priorem excedere posteriorem* 42563406 *particulis, ex quo utique tutò concludi potest, latus polygoni* 5*ti evadere justò majus. Ad experiendam hanc veritatem Clarissimus* Hambergerus *Doctor & Professor Philosophiæ in celeberrima Academia* Jenensi, *nec non Mathematicus supra laudem meam positus ipsemet calculum inivit, mihique ita respondit: „Ut intelligas Vir Per„illustris, me non minus, quam te ipsum, quod verum sit, cupere; suscepi „calculum, quem desiderasti: paulo prolixiorem sanè, nec non labori„osum, & feci* 10 *illas radicum extractiones: in quo calculo inveni rem, „uti dixeras, nempe summam particularum residuarum* 1*mæ*, 3*tiæ*, „5*tæ*, 7*mæ*, 9*næ, superare summam earundem* 2*dæ*, 4*tæ*, 6*tæ*, 8*væ*, „10*mæ extractionis* 42563406 *particulis.“ Qui radices surdas è tabulis excerpunt, non advertunt ejusmodi vitia: proinde arbitrantur se rem acu tetigisse, sed falluntur. Cum itaque latus polygoni* 5*ti inscripti peccet paulisper in excessu, qui deinde in ejus perimetro vicibus* 192. *augetur,*

getur, & idem simili modo de latere polygoni 5ti Circulo circumscripti & perimetro ejus demonstrari possit; palam est, semisummam utriusque perimetri excessivæ prodere solùm peripheriam adulterinam & veram jam multum excedentem; ex quo facile est intellectu, peripheriam Ludolphinam per seriem expressam enormiter peccare in excessu, consequenter etiam arcus, partes ejus aliquotas constituentes, esse vitiosos: unde non est mirum, quod arcus 45°. sit incommensurabilis cum tangente 45. graduum; perperam autem inde infertur perfectam quadraturam Circuli esse impossibilem. Contrarium elucet ex hisce scriptis per intervalla editis & distributis, quæ hic & aliis in locis, ut edoctus fui, excepta fuerunt cum applausu: problemata eis inserta adeo captui sunt accommodata, ut eorum resolutio neque tædium parere, neque negotium facessere queat operantibus: nam assumta ratione excessiva diametri ad peripheriam quacunque (non majore tamen quam $1 : 3\frac{1}{4}$.) e. gr. 100 : 325, reperitur peripheria excessiva diametri 8. inferendo: Si diameter est 100, peripheria est 325, quanta erit peripheria excessiva, si diameter est 8? R. $\frac{2600}{100}$; assumta deinde ratione defectiva quacunque (non minore tamen, quam 1 : 3.) e. gr. 9 : 28, invenitur peripheria defectiva per hanc analogiam: posita diametro 9. peripheria defect: est 28, quanta erit defectiva posita diametro 8? R. $\frac{224}{9}$; tum reductis hisce peripheriis ad eandem denominationem, & ablata minore ex majore, relinquitur differentia $\frac{1000}{900}$, quæ, ut demonstratur, nihil aliud est, nisi summa excessus & defectus peripheriarum æquivalentium, ex qua pars utraque demonstrativè eruitur hocce ratiocinio: Quoniam ob reductionem peripheriarum ad eandem denominationem termini excessus periph: excessivæ in ejus æquivalente continentur multiplicati per denominatorem 9, debet excessus hujus æquivalentis, jam nunc in summa $\frac{1000}{900}$ contentus, esse reducibilis per eundem denominatorem 9; & quoniam termini defectus defectivæ in ejus æquivalente continentur multiplicati per denominatorem 100, debet defectus hujus æquivalentis, jam nunc in summa $\frac{1000}{900}$ contentus, esse reducibilis per eundem denominatorem 100; sed ex omnibus partibus, in quas summa $\frac{1000}{900}$ resolvi potest, nullæ aliæ dantur reducibiles altera per 9, & altera per 100, nisi $\frac{900}{900}$ & $\frac{100}{900}$: ergo pars $\frac{900}{900}$ reducibilis per 9 est excessus, & pars $\frac{100}{900}$ reducibilis per 100., defectus peripheriarum æquivalentium Jam cum vice versa termini excessus quæsiti debeant esse novies minores quam $\frac{900}{900}$ nempe $\frac{100}{100}$, palam est $\frac{100}{100}$ esse excessum quæsitum, qui ablatus è peripheria excessiva $\frac{2600}{100}$, relinquit veram $\frac{2500}{100} = 25$; & quoniam termini defectus quæsiti debent esse centies minores quam $\frac{100}{900}$ nempe $\frac{1}{9}$; evidens est $\frac{1}{9}$ esse defectum quæsitum, qui additus ad peripheriam defectivam $\frac{224}{9}$, manifestat peripheriam veram $\frac{225}{9} = 25$, ad quam itaque diameter est, ut 8 : 25. Si nactus fuero objectiones humaniter factas, solvam illas omni qua par est, modestia. In quadratura Circuli ad amussim exacta legendum est §. 5to l. 2da 40 : 128 & linea 4ta, $\frac{1024}{320}$. loco $\frac{3024}{370}$.

Veritas

Veritas rationis diametri ad peripheriam, ut 8 : 25, brevissimè, evidentissimèque demonstrata. Varsaviæ 1785.

THEOREMA. *Diameter est ad peripheriam ut* 8 : 25.

Demonstratio. Pes à Geometris dividitur in 10 digitos, digitus in 10 lineas, linea in 10 puncta, punctum in 10 decimas, decima puncti in 10 centesimas: ergo $\frac{1}{100}$ puncti est $\frac{1}{100000}$ pedis. Cogitemus igitur $\frac{1}{100}$ puncti esse diametrum. Jam cùm inter Geometras constet, peripheriam non posse esse diametri triplam cum $\frac{1}{7}$ vel $\frac{1}{9}$ parte ejusdem, quia prior peccaret in excessu, & posterior in defectu, cùmque certum sit, in quantis similibus valere conclusionem à maximis ad minima, & vice versa; nequit peripheria circuli exigui, cujus diameter est $\frac{1}{100}$ puncti, esse diametri tripla cum $\frac{1}{7}$ vel $\frac{1}{9}$ ejusdem. Quid autem est $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{9}$ hujus diametri? prior est septima, & posterior nona pars unius centesimæ puncti: ambæ igitur sunt particulæ tam infinitè parvæ, ut earum existentiam vix cogitatione assequi liceat: hinc ne mente quidem alia particula inter illas intermedia concipi potest nisi $\frac{1}{8}$. Ergo peripheria quæsita est $\frac{3}{100}$ puncti cum $\frac{1}{8}$ parte diametri, ad quam diameter est itaque, ut $1 : 3\frac{1}{8}$: ergo ob similitudinem circulorum quævis diameter est ad peripheriam, ut $1 : 3\frac{1}{8} = 8 : 25$. Ut veritas hujus Theorematis, ex quo *quadratura circuli* à me publicata, traxit originem, luculentiùs eluceat, sit

PROBLEMA I. *Per rationem excessivam* 7 : 22 *& defectivam* 9 : 28 *invenire peripheriam veram diametri* 8.

Resolutio, & Demonstratio. Peripheria diametri 8 excessiva indagata per 7 : 22, est $\frac{176}{7}$, in qua latet igitur excessus; defectiva investigata per rationem 9 : 28, est $\frac{224}{9}$, de qua igitur deest pars aliqua, quæ vocatur defectus. Jam cum hæ peripheriæ falsæ sint diversæ denominationis; necesse est, illas reducere ad eundem denominatorem 63: id quod fit multiplicando tam numeratorem, quam denominatorem peripheriæ unius per denominatorem alterius. Multiplicando itaque excessivam $\frac{176}{7}$ per denominatorem 9 defectivæ, emergit æquivalens $\frac{1584}{63}$; ex quo manifestum est, etiam terminos excessus in *illa* latentes, in *hac novies* fuisse auctos. Multiplicando deinde defectivam $\frac{224}{9}$ per denominatorem 7 excessivæ, oritur æquipollens $\frac{1568}{63}$; ex quo denuo patet, etiam terminos defectus prioris in *hac septies* fuisse auctos, *quod probe est notandum.* Auferendo deinde $\frac{1568}{63}$ h. e. defectivam ex excessiva $\frac{1584}{63}$, relinquitur differentia $\frac{16}{63}$, h. e. summa excessus & defectus, cujus numerator 16 est conflatus ex denominatoribus simplis 9 & 7 peripheriarum falsarum: ergo partes hujus summæ sunt $\frac{9}{63}$ & $\frac{7}{63}$.

Jam

Jam cum termini excessus per reductionem peripheriarum falsarum ad denominatorem 63 *novies* & termini defectus, ut superius notavimus, *septies*, fuerint aucti; opus est $\frac{9}{63}$ per 9 & $\frac{7}{63}$ per 7 reducere ad terminos minimos, ut prodeat excessus $\frac{1}{7}$ & defectus quæsitus $\frac{1}{9}$: id quod est eò verius, quò certius est, nullas alias partes, in quas summa $\frac{16}{63}$ resolvi potest, esse reducibiles per 9 & 7, nisi $\frac{9}{63}$ & $\frac{7}{63}$. Ergo peripheria vera est $\frac{176}{7} - \frac{1}{7} = \frac{175}{7} = 25$; vel $\frac{224}{9} + \frac{1}{9} = \frac{225}{9} = 25$, ad quam diameter est ut 8 : 25. Ergo Theorema præcedens nulli dubio est obnoxium.

PROBLEMA II. *Rationem diametri ad peripheriam, ut 8 : 25, experimento comprobare.*

Resolutio & Demonstratio. Cum per demonstrata, posita diametro 8, peripheria sit 25; palam est divisa ea per 6, innotescere ejus 6tam partem, seu arcum $60° = 4\frac{1}{6}$, ad quem itaque radius est, ut 4 : $4\frac{1}{6}$, h. e. multiplicando utrinque per 6, ut 24 : 25. Quoniam autem mensurando hunc arcum, nondum exactè prodeunt 25. partes rectæ & æquales, h. e. tales, qualium radius continet 24; necesse est rationem 24 : 25 multiplicare per 2; vel si quis maluerit, per 3, 4 &c. Duplicando eam itaque, prodit ratio æqualis 48 : 50, per quam ope circini & scalæ geometricæ arcus 60° illico rectificari, seu in mensura lineari definiri potest, nempe: radio 48 pedum è scala geometrica accuratè sumtorum, describatur semicirculus, & ad semiperipheriam applicetur radius, qui, cum sit latus hexagoni circulo inscriptibilis, determinat præcisè 6tam partem peripheriæ, seu arcum 60°. Deinde intervallum unius pedis transferatur in hunc arcum quinquies, & quidem ita, ut extremitas pedis præcedentis sit semper initium sequentis; eadem exactione transferatur hoc intervallum 5 pedum in residuum arcûs, quoties fieri possit, & patebit, totum arcum constare præcise ex 50 pedibus. Ergo radius est ad 6tam partem peripheriæ, ut 48 : 50: consequenter diameter ad peripheriam integram ut 96 : 300, h. e. dividendo utrinque per 12, ut 8 : 25.

COROLLARIUM I. Multiplicando peripheriam 25 per 2, h.e. per 4tam partem diametri 8, prodit area circuli 50, ad quam itaque est quadratum diametri, ut 64 : 50; vel ut 32 : 25. Multiplicando autem peripheriam 25 per diametrum integram 8, emergit superficies sphæræ 200, quæ porro multiplicata per 6tam partem diametri $\frac{8}{6}$, sistit soliditatem sphæræ $\frac{1600}{6}$, ad quam igitur cubus diametri est, ut 512 : $\frac{1600}{6}$, h. e. multiplicando utrinque per 6, ut 3072 : 1600, & dividendo deinde per 64, ut 48 : 25. Ergo non est dubitandum amplius de *vera circuli quadratura* inventa, cujus perfectio admiranda luculentissimè elucet ex *Methodo brevissima* &c. hic adjecta.

COROLLARIUM II. Quoniam circulus, cujus diameter est = axi majori ellipseos, est ad ellipsin ipsam, ut axis major ad minorem; palam est, etiam ellipsin jam perfectè posse quadrari.

Objectio contra rationem diametri ad peripheriam, ut 8 : 25 facta felicissimè soluta.

QUidam Mathematicus anonymus, lecta præfatione meorum *scriptorum brevissimorum*, mihi scripsit hunc in modum: *Quoniam ex præfatione Tua Vir P. Cognovi, Te non ægre laturum esse objectiones, quas nanciscereris; prætermittere non possum, quin Tibi sententiam meam de nonnullis argumentis aperiam. Quæ objicis contra seriem* Ludolphinam, *ea non sunt sine fundamento: idcirco ea silentio prætereunda esse existimo; sed quæ de invenienda ratione diametri ad peripheriam scribis, ea Paralogismum continere videntur, quia iisdem argumentis, quibus sub specie veri demonstras, hanc rationem esse, ut* $8 : 25 = 1 : 3\frac{1}{8}$, *ostendi potest, eam etiam esse ut* $1 : 3\frac{1}{5}$; $1 : 3\frac{1}{6}$; $1 : 3\frac{1}{7}$: *quod ut evidentius pateat, me sic explico:*

1) *Sumtis ratione excessiva* $4 : 13$ *& defectiva* $9 : 28$, *prodit peripheria diametri* 5 *excessiva* $\frac{65}{4}$, *defectiva* $\frac{140}{9}$, *differentia, seu summa excessus & defectus* $\frac{25}{36}$, *excessus secundùm tuum argumentandi modum* $\frac{1}{4}$, *defectus* $\frac{4}{9}$: *consequenter peripheria vera* $\frac{65}{4} - \frac{1}{4} = \frac{64}{4} = 16$; *vel* $\frac{140}{9} + \frac{4}{9} = \frac{144}{9} = 16$, *ad quam igitur diameter est, ut* $5 : 16 = 1 : 3\frac{1}{5}$.

2) *Peripheria diametri* 6 *excessiva est* $\frac{78}{4}$, *defectiva* $\frac{168}{9}$, *differentia* $\frac{30}{36}$, *excessus* $\frac{2}{4}$, *defectus* $\frac{3}{9}$: *consequenter peripheria vera* $\frac{78}{4} - \frac{2}{4} = \frac{76}{4} = 19$; *vel* $\frac{168}{9} + \frac{3}{9} = \frac{171}{9} = 19$, *ad quam itaque diameter est, ut* $6 : 19 = 1 : 3\frac{1}{6}$.

3) *Peripheria diametri* 7 *excessiva est* $\frac{91}{4}$, *defectiva* $\frac{196}{9}$, *differentia* $\frac{35}{36}$, *excessus* $\frac{3}{4}$, *defectus* $\frac{2}{9}$: *consequenter peripheria vera* $\frac{91}{4} - \frac{3}{4} = \frac{88}{4} = 22$; *vel* $\frac{196}{9}$ $\frac{2}{9} = \frac{198}{9} = 22$, *ad quam igitur diameter est, ut* $7 : 22 = 1 : 3\frac{1}{7}$. *Cum igitur hæ 4 rationes simul veræ esse nequeant; evidens est, nullam earum esse veram. Ut ratio* $8 : 25$ *haberi possit pro vera, demonstrandum est, diametros 5, 6, 7 esse quoque ad peripherias suas ut* $8 : 25$. *Hunc nodum si solveris, assensum omnium Mathematicorum facilè consequeris, &* semper honos nomenque tuum, laudesque manebunt; *sin minus, à multis malè audies, quòd rem tam arduam, quæ bis mille annis acutissima Mathematicorum ingenia nequicquam exercuit, irrito conatu sis aggressus.*

Hanc objectionem ex judicio solido profectam ita solvo: 1*mo* excessus peripheriarum diametri 8 per dictas rationes inventarum est $\frac{4}{4}$ & defectus $\frac{1}{9}$. Jam cum hæ partes crescant & decrescant in ratione diametrorum; necesse est, ut excessus & defectus peripheriarum diametri 1 sint octies minores, nempe prior $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ & posterior $\frac{1}{72}$; ex quo palam est, peripheriarum diametri 5 excessum esse $\frac{5}{8}$ & defectum $\frac{5}{72}$, quibus reductis ad eandem denominationem, prodeunt æquivalentes $\frac{45}{72}$ & $\frac{5}{72}$, qui junctim sumti efficiunt $\frac{50}{72} = \frac{25}{36}$ h. e. differentiam

peri-

peripheriarum $\frac{65}{4}$ & $\frac{140}{9}$. *vid. n.* 1: Ergo peripheria vera est $\frac{65}{4} - \frac{5}{8} = \frac{130}{8} - \frac{5}{8} = \frac{125}{8}$, ad quam diameter est, ut $5 : \frac{125}{8} = 40 : 125 = 8 : 25$; vel addendo ad defectivam $\frac{140}{9}$ defectum, prodit quoque vera $\frac{140}{9} + \frac{5}{72} = \frac{1120}{72} + \frac{5}{72} = \frac{1125}{72}$, ad quam diameter est, ut $5 : \frac{1125}{72} = 360 : 125$, h. e. dividendo utrinque per 45, ut 8 : 25: *Quod erat 1mum.*

2*do*. Per demonstrata peripheriarum diametri 6 excessus est $\frac{6}{8}$ & defectus $\frac{6}{72}$, quibus reductis ad eandem denominationem, oriuntur æquipollentes $\frac{54}{72}$ & $\frac{6}{72}$, qui junctim sumti efficiunt $\frac{60}{72} = \frac{30}{36}$, h. e. ut patet ex *n.* 2, differentiam peripheriarum $\frac{78}{4}$ & $\frac{168}{9}$. Ergo peripheria vera est $\frac{78}{4} - \frac{6}{8} = \frac{156}{8} - \frac{6}{8} = \frac{150}{8}$, ad quam igitur diameter est, ut $6 : \frac{150}{8} = 48 : 150 = 8 : 25$; addendo deinde ad defectivam defectum, prodit quoque vera $\frac{168}{9} + \frac{6}{72} = \frac{1344}{72} + \frac{6}{72} = \frac{1350}{72}$, ad quam diameter est, ut $6 : \frac{1350}{72} = 432 : 1350$, & dividendo utrinque per 54, ut 8 : 25: *Quod erat secundum.*

3*tio*. Peripheriarum falsarum diametri 7 excessus est $\frac{7}{8}$ & defectus $\frac{7}{72}$, quibus reductis ad eandem denominationem, emergunt æquivalentes $\frac{63}{72}$ & $\frac{7}{72}$, qui junctim sumti efficiunt differentiam $\frac{70}{72} = \frac{35}{36}$ peripheriarum $\frac{91}{4}$ & $\frac{196}{9}$. Ergo peripheria vera est $\frac{91}{4} - \frac{7}{8} = \frac{182}{8} - \frac{7}{8} = \frac{175}{8}$, ad quam diameter est, ut $7 : \frac{175}{8} = 56 : 175 = 8 : 25$. Addendo ad peripheriam defectivam defectum, prodit quoque vera $\frac{196}{9} + \frac{7}{72} = \frac{1568}{72} + \frac{7}{72} = \frac{1575}{72}$, ad qua*m* diameter est, ut $7 : \frac{1575}{72} = 504 : 1575$, h. e. dividendo utrinque per 63, ut 8 : 25: *Quod erat 3tium.* Jam cum per innumera alia paria rationum falsarum demonstrari queat, quamvis diametrum esse semper & absque ulla exceptione ad peripher: suam, ut 8 : 25; evidens est, objectionem Cl: Anonymi, qui per eam ingenium suum præstantissimum patefecit, esse bene solutam: attamen ejusmodi objectioni jam dudum obviavi tam in *Continuatione Methodi infallibilis*, quàm in *Quadratura circuli ad amussim exacta.* Ergo problema meum, per quod 2 quanta inæqualia cum quantitate 3tia proportionaliter crescentia reducuntur ad æqualitatem, in nullum inducit paralogismum. Æqualitas peripheriarum diametri 5, 6, 7 aliarumque est tantùm spuria; sed æqualitas peripheriarum diametri 8 semper prodit realis, & quidem ideo quia excessus & defectus fuerunt legitimè determinati: quod inde patet, quia ope aliorum excessuum & defectuum, qui ex illis pro diversitate diametrorum deducuntur, producitur cujuslibet diametri peripheria vera, quæ ideo est vera, quia ex quavis comparatione prioris cum posteriore emergit semper eadem ratio 8 : 25. Jam si excessus & defectus primarii, seu immediatè reperti, essent spurii, essent etiam secundarii, seu mediatè inventi, adulterini: consequenter quævis diameter haberet ad periph: ope illorum determinatam, aliam rationem: quod esset absurdum.

Cum itaque ex omnibus scriptis meis manifestum sit, rationem 8 : 25 esse adeo firmam, ut nullis argumentis ne quidem infirmari, nedum everti queat; ecquis invidiæ veneno esset adeo suffusus; aut ingenii aciem haberet tam obtusam, ut veritates tam evidenter demonstratas percipere vel nollet; vel haud posset?